

座席番号			
------	--	--	--

E I M E I オリジナル 北辰テスト 予想問題

第 3 学年 第 3 回

数 学

(50 分間)
満点 100 点

注 意

1. 問題は全部で大問が 4 問あります。
2. 答えはすべて解答用紙のきめられたところに書きなさい。
3. 分度器・計算機を使ってはいけません。
4. 文字はくずさず、濃くはっきりと書きなさい。
※作図するための線がうすい場合も、正答とはなりません。
5. 答えを文字式で表す場合は、まとめられる項はまとめて答えなさい。
6. 円周率は π を用いなさい。

1 次の各問に答えなさい。(46点)

(1) $4x - 3y - (x - 8y)$ を計算しなさい。(4点)

(2) $(-2)^3 - 18 \div (-3)$ を計算しなさい。(4点)

(3) $12a^2b \times (-3ab^2) \div 6ab^3$ を計算しなさい。(4点)

(4) $\sqrt{45} - \frac{10}{\sqrt{5}}$ を計算しなさい。(4点)

(5) $x^2 - 2x - 24$ を因数分解しなさい。(4点)

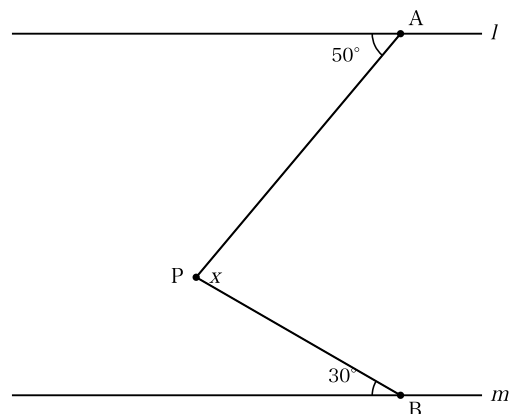
(6) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$$

(4点)

(7) 図のように、平行な2直線 l と m があります。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(4点)



(8) 一次関数 $y = -3x + 2$ のグラフに平行で、点 $(2, -1)$ を通る直線の式を求めなさい。

(4点)

(9) 底面の半径が 3 cm 、高さが 8 cm の円柱の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。 (4点)

(10) 次の表は、あるクラスの生徒 20 人のハンドボール投げの記録を度数分布表にまとめたものです。このとき、中央値（メジアン）が含まれる階級の階級値を求めなさい。

階級(m)	度数(人)
10 以上 15 未満	3
15 以上 20 未満	5
20 以上 25 未満	8
25 以上 30 未満	4
計	20

(4点)

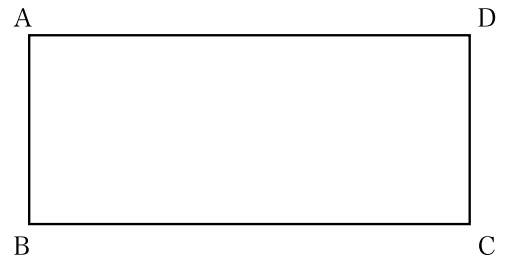
(11)① Aさんの家から学校までの道のりは 2000 m です。Aさんは家から学校に向かって出発し、最初は毎分 70 m の速さで歩いていましたが、途中の本屋の前からは毎分 120 m の速さで走ったところ、家を出発してから20分後に学校に到着しました。

家から本屋までの道のりを $x\text{ m}$ とするとき、本屋から学校まで走った時間を x を用いた式で表しなさい。 (3点)

(11)② (11)①において、家から本屋までの道のりは何 m か、求めなさい。 (3点)

2 次の各問に答えなさい。(26点)

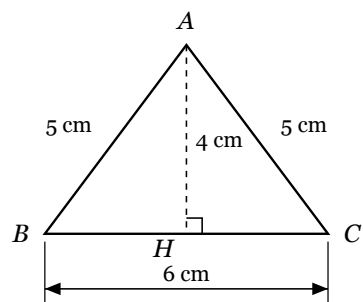
(1) 図のような長方形 $ABCD$ があります。辺 BC 上にあって、 $AP + PD$ の長さが最も短くなるような点 P を、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。 (5点)



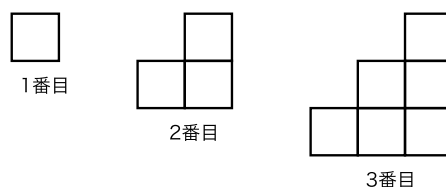
(2) $\sqrt{180 - 12n}$ の値が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。
(4点)

(3) 大小2つのさいころを同時に1回投げます。大きいさいころの出る目の数を a 、小さいさいころの出る目の数を b とするとき、 $\sqrt{ab}$ の値が有理数となる確率を求めなさい。ただし、それぞれのさいころにおいて、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとします。 (4点)

(4) 図のように、 $AB = AC = 5\text{ cm}$ 、 $BC = 6\text{ cm}$ の二等辺三角形 ABC があります。頂点 A から辺 BC にひいた垂線 AH の長さが 4 cm であるとき、この三角形 ABC を、直線 AH を軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。 (4点)



(5)① 同じ長さの棒を並べて、図のように正方形を階段状に並べた図形を、1 番目、2 番目、3 番目、…と作っていきます。このとき、拓也さんと美咲さんは、必要な棒の本数の規則性について話をしています。会話文を読んで、[ア] に当てはまる数を求めなさい。



拓也「 n 番目の図形を作るのに必要な棒の本数について考えてみよう。1 番目は 4 本、2 番目は 10 本、3 番目は 18 本だね。」

美咲「図形を横に並んだ正方形の段に分けて考えてみましょう。上から i 段目にある正方形の数は i 個ね。 n 番目の図形には、1 段目から n 段目まであるから、正方形の総数について規則性がわかりそうよ。例えば、4 番目の図形の正方形の総数は全部で [ア] 個になるわ。」

拓也「そうだね。正方形の総数は $1 + 2 + \dots + n$ で求められるから、3 番目のときは正方形が 6 個あるね。」 (4点)

(5)② 会話の続きを読んで、[ウ]に当てはまる式を、 n を用いた最も簡単な形で表しなさい。

美咲「次に、棒の数を数える工夫をしましょう。図形を『横向きの棒』と『縦向きの棒』に分けて数えると、規則性が見えやすそうよ。」

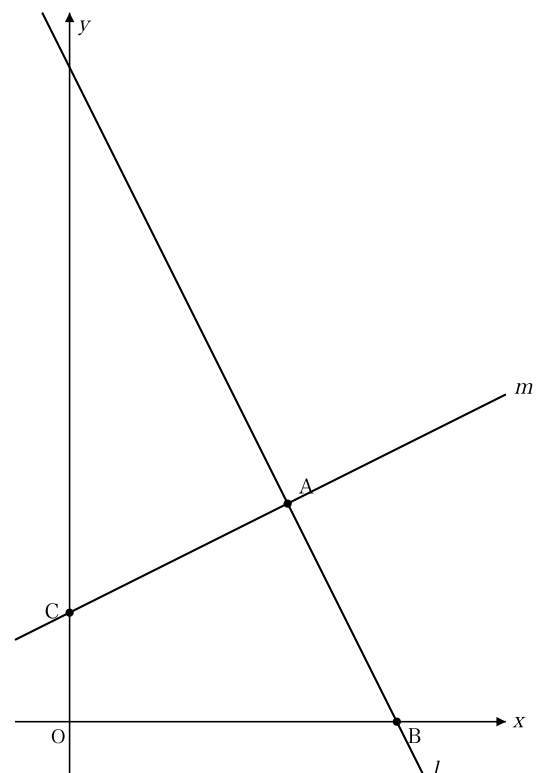
拓也「なるほど。 n 番目の図形の『縦向きの棒』の数は、上から1段目が2本、2段目が3本、…、 n 段目が $n+1$ 本だから、全部で $2+3+\cdots+(n+1)$ 本になるね。これは、 n を使って表すと $\frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n$ 本になるよ。」

美咲「『横向きの棒』の数も同じように考えると、上から1段目の上が1本、2段目の上が2本、…、 n 段目の上が n 本、そして一番下（ n 段目の下）が n 本だから、全部で $1+2+\cdots+n+n$ 本ね。これも n を使って表すと[イ]本になるわ。」

拓也「ということは、全体の棒の数は、縦向きの棒の数と横向きの棒の数を足し合わせて、 n を使った式で[ウ]本と表せるね！」（5点）

3 次の各問に答えなさい。（10点）

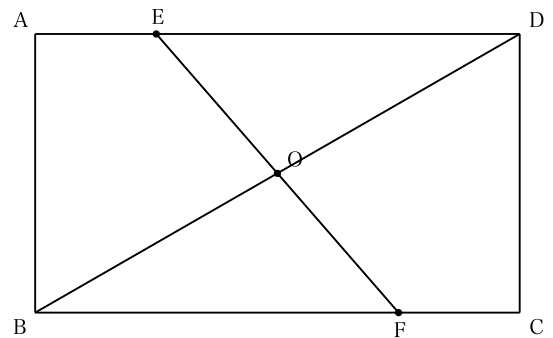
(1) 図のように、2つの直線 $l: y = -2x + 12$ と $m: y = \frac{1}{2}x + 2$ があります。直線 l と直線 m の交点を A 、直線 l と x 軸との交点を B とします。このとき、交点 A の座標を求めなさい。（5点）



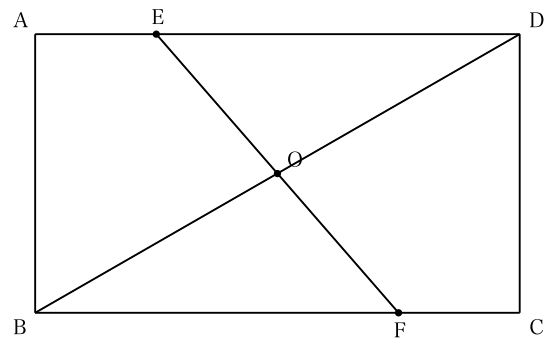
(2) 原点を O とします。また、直線 m と y 軸との交点を C とします。 x 軸上の $0 < t < 6$ となる部分に点 $P(t, 0)$ をとります。点 P を通り y 軸に平行な直線と、直線 l , 直線 m との交点をそれぞれ R, S とします。三角形 COS の面積と三角形 ORS の面積の比が $1 : 2$ になるとき、 t の値をすべて求めなさい。求める過程も書きなさい。 (5点)

4 次の各問に答えなさい。(18点)

(1) 図の長方形 $ABCD$ において、辺 AD 上に点 E を、辺 BC 上に点 F を、 $AE = CF$ となるようにとる。また、線分 EF と対角線 BD との交点を O とする。このとき、 $\triangle OED \equiv \triangle OFB$ であることを証明しなさい。 (7点)



(2)① (1)の図において、 $\angle ABD = 32^\circ$ とします。また、線分 EF が対角線 BD と垂直に交わる時、 $\angle EDF$ の大きさを求めなさい。 (5点)



(2)② (1)の図において、長方形 $ABCD$ の面積が 120 cm^2 で、 $AE = CF = \frac{1}{4}AD$ とします。また、辺 CD の中点を G とし、線分 OG を引きます。このとき、四角形 $OECG$ の面積を求めなさい。求め方の説明も書きなさい。 (6点)

